C Si effettua un test chi-quadrato d'indipendenza per due variabili aleatorie su un campione di dimensione n. Si considera poi un nuovo test su un campione raddoppiato in cui si suppone che le frequenze relative rimangano invariate; allora si può affermare che:

A) non si hanno sufficienti informazioni per poter stabilire come cambia il p-value
B) il p-value non cambia
C) il p-value diminuisce
D) il p-value aumenta

H_0	X e Y sono indipendenti
H_1	X e Y NON sono indipendenti
Rifiutiamo H_0 se	$q > \chi^2_{1-\alpha}((j-1)\cdot(k-1))$
p-value: $\bar{\alpha}$ tale che	$q = \chi^2_{1-\bar{\alpha}}((j-1)\cdot(k-1))$

$$Q = \sum_{i=1}^{k}\sum_{m=1}^{j} \frac{(f_a^X(i)f_a^Y(m)/n - f_a(i,m))^2}{f_a^X(i)f_a^Y(m)/n}$$

$$Q = \sum_i \sum_m Q_{i,m}$$

RISCRIVIAMO $Q_{i,m}$: $Q_{i,m} = \frac{n\left[f_r^X(i)\,f_r^Y(m) - f_r(i,m)\right]^2}{f_r^X(i)\,f_r^Y(m)}$

QUINDI $q = \chi^2_{1-\bar{\alpha}}(h) \Rightarrow \chi^2_h(q) = 1-\bar{\alpha} \Rightarrow \bar{\alpha} = 1 - \chi^2_h(q) \Rightarrow$ C) VERA

A In un test d'ipotesi $H_0 : \mu = \mu_0$ sulla media con varianza nota, dimezzando la dimensione n del campione e supponendo che non vari il valore della media campionaria,

A) il p-value aumenta
B) non si hanno abbastanza elementi per decidere come varia il p-value
C) il p-value diminuisce
D) il p-value resta invariato

Test di livello α per μ

$$\text{Statistica: } Z_n = \frac{\overline{X}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}.$$

H_0	H_1	Rifiutiamo H_0 se	p-value
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$z_n > z_{1-\alpha}$	$\Phi(-z_n)$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$z_n < -z_{1-\alpha}$	$\Phi(z_n)$
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\lvert z_n\rvert > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$	$2 - 2\Phi(\lvert z_n\rvert)$

dove z_n= valore di Z_n calcolato dal campione; z_β= quantile β della $\mathcal{N}(0,1)$.

$$\tilde{\alpha} = 2 - 2\Phi(|z_n|)$$

$$|z_n| = \frac{|\bar{X}_n - \mu_0|}{\sigma}\sqrt{n}$$

$\Rightarrow$ A) VERA

NOTARE CHE $\dfrac{|\bar{X}_n - \mu_0|}{\sigma} \geq 0$ GRAZIE AL VALORE ASSOLUTO.

INVECE NON È PER NULLA DETTO CHE SIA $\bar{X}_n - \mu_0 \geq 0$

D La lunghezza media delle foglie di una certa pianta si suppone essere pari a 9/100 dell'altezza della pianta stessa. Da un campione di 100 foglie si ottiene una media campionaria pari a $\bar{x} = 8.848/100$. Sapendo che la deviazione standard vera è $\sigma = 0.8/100$ quali conclusioni possiamo trarre ai livelli di significatività del 5% e del 6%?

A) Rifiuto H_0 al 5% e al 6%.
B) Accetto H_0 al 5% e al 6%.
C) Accetto H_0 al 6% ma non al 5%.
D) Accetto H_0 al 5% ma non al 6%.

Test di livello α per μ

Statistica: $Z_n = \dfrac{\overline{X}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$.

H_0	H_1	Rifiutiamo H_0 se	p-value
$\mu \le \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$z_n > z_{1-\alpha}$	$\Phi(-z_n)$
$\mu \ge \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$z_n < -z_{1-\alpha}$	$\Phi(z_n)$
$\mu = \mu_0$	$\mu \ne \mu_0$	$\lvert z_n\rvert > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$	$2 - 2\Phi(\lvert z_n\rvert)$

dove z_n= valore di Z_n calcolato dal campione; z_β= quantile β della $\mathcal{N}(0,1)$.

$H_0 : \mu = \mu_0$ $\quad \mu_0 = 9/100$ $\quad n = 100$

$\bar{X}_n = 8,848/100$ $\quad \sigma = 0,8/100$ $\quad \beta = 1 - \frac{\alpha}{2}$

$$|z_n| = \frac{9/100 - 8,848/100}{0,8/100} \cdot 10 = \frac{1,52}{0,8} = 1,9$$

RIFIUTO SE $|z_n| > z_\beta$

$\alpha_1 = 0,05 \Rightarrow \beta_1 = 0,975$ $\qquad \alpha_2 = 0,06 \Rightarrow \beta_2 = 0,97$

0.97	1.8807936	1.8956979	1.9110356	1.9268366	1.9431338	1.959964	1.
0.98	2.0537489	2.0748547	2.0969274	2.1200717	2.1444106	2.1700904	2.
0.99	2.3263479	2.3656181	2.4089155	2.4572634	2.5121443	2.5758293	2.
	0	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	

$z_{0,975} = 1,96$ $\qquad z_{0,97} = 1,88$

ACCETTO $\qquad$ RIFIUTO

B La lunghezza media delle foglie di una certa pianta si suppone essere pari a 9/100 dell'altezza della pianta stessa. Da un campione di 100 foglie si ottiene una media campionaria pari a $\bar{x} = 8.848/100$. Sapendo che la deviazione standard vera è $\sigma = 0.8/100$ quanto vale il P-value?

A) $\bar{\alpha} \approx 0.00154$.
B) $\bar{\alpha} \approx 0.05744$.
C) $\bar{\alpha} \approx 0.15478$.
D) $\bar{\alpha} \approx 0.20954$.

$\bar{\alpha} = 2 - 2\Phi(|z_n|) = 2 - 2\Phi(1{,}9)$

	0.00
0.0	0.5000
0.1	0.5398
0.2	0.5793
0.3	0.6179
0.4	0.6554
0.5	0.6915
0.6	0.7257
0.7	0.7580
0.8	0.7881
0.9	0.8159
1.0	0.8413
1.1	0.8643
1.2	0.8849
1.3	0.9032
1.4	0.9192
1.5	0.9332
1.6	0.9452
1.7	0.9554
1.8	0.9641
1.9	0.9713
2.0	0.9772

$\Rightarrow \bar{\alpha} \approx 2(1 - 0{,}9713) = 2 \cdot 0{,}0287 = 0{,}0574$

In 500 interviste elettorali si ha che 233 intervistati si dice favorevole ad astenersi. Ci si chiede se sia ragionevole "scommettere" che la probabilità p che un elettore scelto a caso si astenga sia inferiore al 40%. Il p-value del test è:

A) 0.4
B) 0.1135.
C) 0.9987.
D) 0.6824.
E) Il test non può essere condotto perché le condizioni non sussistono

$H_0: \quad p \geq p_0 \qquad p_0 = 0{,}4 \qquad n = 500 \qquad \bar{x}_n = \frac{233}{500} = 0{,}466$

$n\bar{x}_n \geq 5$ e $n(1-\bar{x}_n) \geq 5$ $\qquad n\bar{x}_n = 233 \Rightarrow$ OK $\qquad n(1-\bar{x}_n) = 500 - 233 = 267 \Rightarrow$ OK $\Rightarrow$ E) FALSA

Test di livello α per p

Statistica: $Z_n = \dfrac{\overline{X}_n - p_0}{\sqrt{p_0(1-p_0)/n}}$.

H_0	H_1	Rifiutiamo H_0 se	p-value
$p = p_0$	$p \neq p_0$	$\lvert z_n\rvert > z_{1-\alpha/2}$	$2 - 2\Phi(\lvert z_n\rvert)$
$p \leq p_0$	$p > p_0$	$z_n > z_{1-\alpha}$	$\Phi(-z_n)$
$p \geq p_0$	$p < p_0$	$z_n < -z_{1-\alpha}$	$\Phi(z_n)$

dove z_n= valore di Z_n calcolato dal campione; z_β= quantile β della $\mathcal{N}(0,1)$.

$$z_n = \frac{0{,}466 - 0{,}4}{\sqrt{0{,}4 \cdot 0{,}6}}\sqrt{500} \approx 3$$

2.3	0.9893
2.4	0.9918
2.5	0.9938
2.6	0.9953
2.7	0.9965
2.8	0.9974
2.9	0.9981
3.0	0.9987
3.1	0.9990

$\Phi(3) \approx 0{,}9987$

C * In un test d'ipotesi per la media a varianza nota con $H_0 : \mu \geq \mu_0$ e $H_1 : \mu < \mu_0$ si rifiuta H_0 ad un livello $\alpha = 0.05$ in corrispondenza ad un campione di ampiezza n. Si prenda ora un campione di ampiezza $m > n$ tale che $\overline{x}_m = \overline{x}_n$; cosa succede al $P - value\ \overline{\alpha}$?

A) aumenta.

B) non cambia.

C) diminuisce.

D) dipende dal valore della deviazione standard σ.

E) dipende dal segno di $\overline{x}_n$.

Test di livello α per μ

Statistica: $Z_n = \dfrac{\overline{X}_n - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$.

H_0	H_1	Rifiutiamo H_0 se	p-value
$\mu \leq \mu_0$	$\mu > \mu_0$	$z_n > z_{1-\alpha}$	$\Phi(-z_n)$
$\mu \geq \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$z_n < -z_{1-\alpha}$	$\Phi(z_n)$
$\mu = \mu_0$	$\mu \neq \mu_0$	$\lvert z_n \rvert > z_{1-\frac{\alpha}{2}}$	$2 - 2\Phi(\lvert z_n \rvert)$

dove z_n= valore di Z_n calcolato dal campione; z_β= quantile β della $\mathcal{N}(0,1)$.

$\bar{\alpha} = \Phi(z_m)$
$\downarrow \qquad \downarrow$

RIFIUTO SE $z_m < -z_{0,95} < 0$ POICHÉ RIFIUTO $\Rightarrow z_m < 0$

QUINDI $z_m = \dfrac{\overline{X}_m - \mu_0}{\sigma}\sqrt{m}$
$\downarrow \qquad \uparrow$

In un test d'ipotesi per la media a varianza nota con $H_0 : \mu \geq \mu : 0$ e $H_1 : \mu < \mu_0$ si rifiuta H_0 ad un livello $\alpha < 0.5$ in corrispondenza ad un campione di ampiezza n. Si prenda ora un campione di ampiezza $m > n$ tale che $\overline{x}_m = \overline{x}_n$; cosa succede al $P - value$ $\overline{\alpha}$?

A) aumenta;
B) non cambia;
C) diminuisce;
D) dipende dal valore della varianza σ;
E) dipende dal segno di $\overline{x}_n$.

$\underset{\downarrow}{\bar{\alpha}} = \Phi(\underset{\downarrow}{z_m})$

RIFIUTO SE $z_m < z_\alpha < 0$ POICHÈ RIFIUTO $\Rightarrow z_m < 0$

QUINDI $\underset{\downarrow}{z_m} = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma} \underset{\uparrow}{\sqrt{m}}$ $\Rightarrow$ C) VERA

In un test d'ipotesi per la media a varianza nota con $H_0 : \mu \geq \mu : 0$ e $H_1 : \mu < \mu_0$ si accetta H_0 ad un livello $\alpha > 0.5$ in corrispondenza ad un campione di ampiezza n. Si prenda ora un campione di ampiezza $m > n$ tale che $\overline{x}_m = \overline{x}_n$; cosa succede al $P - value$ $\overline{\alpha}$?

A) aumenta;
B) non cambia;
C) diminuisce;
D) dipende dal valore della varianza σ;
E) dipende dal segno di $\overline{x}_n$.

$\underset{\uparrow}{\bar{\alpha}} = \Phi(\underset{\uparrow}{z_m})$

ACCETTO SE $z_m > z_\alpha > 0$ POICHÈ ACCETTO $\Rightarrow z_m > 0$

QUINDI $\underset{\uparrow}{z_m} = \frac{\bar{X}_n - \mu_0}{\sigma} \underset{\uparrow}{\sqrt{m}}$ $\Rightarrow$ A) VERA

D Si consideri un test di adattamento per un campione di ampiezza n. Cosa è sempre vero in caso n aumenti mentre il livello di confidenza e le frequenze relative osservate rimangano le stesse?

A) Il P-value aumenta.

B) La regione di rifiuto diventa più piccola.

C) Nessuna delle altre risposte è vera.

D) Da un certo valore di n in poi H_0 verrà rifiutata.

E) Da un certo valore di n in poi H_0 verrà accettata.

H_0	$\mathbb{P}(X_1 \in C_i) = p_i$ per ogni $i \in \{1, \dots, k\}$
H_1	$\exists i$ tale che $\mathbb{P}(X_1 \in C_i) \neq p_i$
Rifiutiamo H_0 se	$q > \chi^2_{1-\alpha}(k-1)$
p-value: $\bar{\alpha}$ tale che	$q = \chi^2_{1-\bar{\alpha}}(k-1)$

$$\uparrow Q := \sum_{i=1}^{N_c} \frac{(np_i - f_a(i))^2}{np_i} = \uparrow n \sum_{i=1}^{N_c} \frac{(p_i - f_r(i))^2}{p_i}$$

RIFIUTO SE $\quad q > \chi^2_{1-\alpha}(k-1) \leftarrow$ COSTANTE MA Q CRESCE AL CRESCERE DI n

DUNQUE D) VERA