

## Integrali indefiniti

**1.** Calcolare i seguenti integrali indefiniti, usando il metodo di sostituzione:

1)  $\int \sin x \cos x \, dx$

2)  $\int \frac{\sin x}{1 + \cos^2 x} \, dx$

3)  $\int \frac{1}{x\sqrt{1 - \log^2 x}} \, dx$

4)  $\int x\sqrt{1 - x^2} \, dx$

5)  $\int \sin^3 x \, dx$

**2.** Calcolare i seguenti integrali indefiniti, usando il metodo di decomposizione:

1)  $\int \frac{x^3 + x^2 + 1}{x^2} \, dx$

2)  $\int \frac{\sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} \, dx$

3)  $\int \left(\frac{3 + 2x^2}{x}\right)^2 \, dx$

4)  $\int \tan^2 x \, dx$

**3.** Calcolare i seguenti integrali indefiniti, usando il metodo di integrazione per parti:

1)  $\int x^2 e^x \, dx$

2)  $\int x \log x \, dx$

3)  $\int \arctan x \, dx$

4)  $\int x \arctan x \, dx$

5)  $\int \log^2 x \, dx$

6)  $\int \log(x^2 + 1) \, dx$

$$7) \int e^x \sin x \, dx$$

$$8) \int \sin^2 x \, dx$$

$$9) \int x \sin^2 x \, dx$$

$$10) \int \sin^3 x \cos^2 x \, dx$$

$$11) \int \frac{x}{\cos^2 3x} \, dx$$

$$12) \int \sin^4 x \, dx$$

4. Calcolare i seguenti integrali indefiniti:

$$1) \int \frac{1}{x\sqrt{2x-1}} \, dx$$

$$2) \int \sqrt{e^x - 1} \, dx$$

$$3) \int \frac{\sin 2x}{1 + \sin x} \, dx$$

$$4) \int x^3 \log^2 x \, dx$$

$$5) \int \arctan \sqrt{x} \, dx$$

$$6) \int \cos(\log x) \, dx$$

**Soluzioni.**

**1.**

$$1) \frac{1}{2} \sin^2 x + c$$

$$2) -\arctan \cos x + c$$

$$3) \arcsin \log x + c$$

$$4) -\frac{1}{3} \sqrt{(1-x^2)^3} + c$$

$$5) -\cos x + \frac{1}{3} \cos^3 x + c$$

**2.**

- 1)  $\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{x} + c$
- 2)  $\arcsin x - \sqrt{1 - x^2} + c$
- 3)  $-\frac{9}{x} + 4x + 12 \log |x| + c$
- 4)  $= \int (1 + \tan^2 x - 1) dx = \tan x - x + c$

**3.**

- 1)  $e^x(x^2 - 2x + 2) + c$
- 2)  $\frac{1}{2}x^2(\log x - \frac{1}{2}) + c$
- 3)  $x \arctan x - \frac{1}{2} \log(1 + x^2) + c$
- 4)  $\frac{1}{2} \arctan x - \frac{1}{2}(x - \arctan x) + c$
- 5)  $x \log^2 x - 2x \log x + 2x + c$
- 6)  $x \log(x^2 + 1) - 2x + 2 \arctan x + c$
- 7)  $\frac{1}{2}e^x(\sin x - \cos x) + c$
- 8)  $\frac{1}{2}(-\sin x \cos x + x) + c$
- 9)  $\frac{1}{2}x(x - \sin x \cos x) - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{4} \sin^2 x + c$ , N. B.  $\sin^2 x = \left(\frac{x - \sin x \cos x}{2}\right)'$
- 10)  $-\frac{1}{3} \cos^3 x + \frac{1}{5} \cos^5 x + c$
- 11)  $\frac{1}{3}x \tan 3x + \frac{1}{9} \log |\cos 3x| + c$
- 12)  $\frac{1}{4} \left[ -\cos x \sin^3 x + \frac{3}{2}(x - \sin x \cos x) \right] + c$

**4.**

- 1)  $2 \arctan \sqrt{2x - 1} + c$
- 2)  $2\sqrt{e^x - 1} - 2 \arctan \sqrt{e^x + 1} + c$
- 3)  $2 \sin x - \log(1 + \sin x)^2 + c$

4)  $\frac{1}{4}x^4 \log^2 x - \frac{1}{8}x^4 \log x + \frac{1}{32}x^4 + c$

5)  $x \arctan \sqrt{x} - \sqrt{x} + \arctan \sqrt{x} + c$ , si pone  $\sqrt{x} = t$ .

6)  $\frac{1}{2}x(\cos(\log x) + \sin(\log x)) + c$ , si pone  $\log x = t$ .