C In un test d'ipotesi si deve scegliere come ipotesi nulla H_0:
A) una delle due ipotesi che confrontiamo, purché ognuna delle due sia vera se e solo se l'altra è falsa;
B) quella che rende più facile la ricerca dei quantili;
C) quella per cui rifiutare H_0 quando è vera è più grave che accettarla quando è falsa;
D) quella per cui accettare H_0 quando è falsa è più grave che rifiutarla quando è vera.

	H_0 è vera	H_0 è falsa
Rifiutiamo H_0	*Errore di I specie*	Decisione corretta
Accettiamo H_0	Decisione corretta	*Errore di II specie*

L'errore di I specie è considerato più grave di quello di II specie. In altre parole noi sceglieremo H_0 ed H_1 affinchè l'errore di I specie sia quello che vorremmo evitare di commettere.

B Supponiamo di voler eseguire un test d'ipotesi di livello α per testare l'ipotesi H_0 contro l'ipotesi H_1. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?

A) se accetto H_0, essa è vera con probabilità al massimo α

B) se H_0 è vera, la probabilità di rifiutarla è al massimo α;

C) se H_0 è falsa, la probabilità di rifiutarla è al massimo α;

D) se accetto H_0, essa è sicuramente vera.

DEFINIZIONE DI LIVELLO DI SIGNIFICATIVITÀ DI UN TEST

Il **livello di significatività** α del test con regione critica $\mathcal{R}$ è definito come

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \mathrm{Pot}(\theta) = \sup_{\theta \in \Theta_0} \mathbb{P}(T \in I) = \sup_{\theta \in \Theta_0} \mathbb{P}(\text{rifiutare } H_0).$$

In altre parole

α è la massima probabilità di commettere un errore di I specie.

A In un test d'ipotesi di livello α, cosa rappresenta α?

A) la massima probabilità di commettere un errore di I specie;

B) il quantile da ricercare sulle tavole;

C) l'ampiezza dell'intervallo che contiene il parametro incognito;

D) il valore con cui confrontiamo la statistica per decidere quale ipotesi accettare.

B Cosa succede in un test d'ipotesi se diminuisco il livello α?
A) è più facile rifiutare H_0;
B) è più difficile rifiutare H_0;
C) non ci sono regole;
D) la numerosità del campione aumenta.

Pensiamo al livello di significatività α come ad un'assicella del salto in alto e alle evidenze che H_0 è falsa come al saltatore: se il saltatore supera l'assicella allora rifiuto H_0.

Più α è piccolo più l'assicella è alta. Se abbassiamo α, per rifiutare H_0 le prove devono "saltare" più in alto (= essere più evidenti).

A Che cos'è l'errore di prima specie?

A) quello che si commette rifiutando H_0 quando in realtà è vera;
B) quello che accade quando H_0 è falsa;
C) una ipotesi statistica;
D) quello che si commette accettando H_0 quando in realtà è falsa.

	H_0 è vera	H_0 è falsa
Rifiutiamo H_0	*Errore di I specie*	Decisione corretta
Accettiamo H_0	Decisione corretta	*Errore di II specie*

A Che cos'è l'errore di seconda specie?
A) quello che si commette accettando H_0 quando in realtà è falsa;
B) quello che accade quando H_0 è falsa;
C) quello che si commette rifiutando H_0 quando in realtà è vera;
D) una ipotesi statistica.

A,D Supponiamo di eseguire un test d'ipotesi di livello α per testare $H_0 : \theta \leq 5$. Che cosa vale sempre per la funzione potenza del test (che indichiamo con Pot)?

A) se $\theta = 4$, allora Pot(4)$\leq \alpha$;

B) $\text{Pot}(x) \leq \alpha$ per tutti gli x;

C) se $\theta = 7$, allora Pot(7) è la probabilità dell'errore di II specie;

D) se $\theta = 4$, allora Pot(4) è la probabilità dell'errore di I specie.

	H_0 è vera	H_0 è falsa
Rifiutiamo H_0	*Errore di I specie*	Decisione corretta
Accettiamo H_0	Decisione corretta	*Errore di II specie*

$$\alpha = \sup_{\theta \in \Theta_0} \text{Pot}(\theta) \Rightarrow$$

A) VERA
B) FALSA

DEFINIZIONE DI FUNZIONE POTENZA DI UN TEST

La **funzione potenza** $\text{Pot} : \Theta \to [0, 1]$ è definita nel seguente modo:

$$\text{Pot}(\theta) := \mathbb{P}_\theta(T \in I). \quad (T \in I) = (\text{rifiuto } H_0)$$

FISSATO UN TEST, θ_0 (LA MIA IPOTESI) È FISSATO MA θ (IL VALORE VERO) CONTINUA AD ESSERE INCOGNITO. POT(θ) MISURA LA PROBABILITÀ DI RIFIUTARE $\theta = \theta_0$ AL VARIARE DEL VALORE VERO θ. IN PARTICOLARE:

Se $\theta \in \Theta_0$ (dove $H_0 : \theta \in \Theta_0$)

$\text{Pot}(\theta)$ è la probabilità dell'errore di I specie.

$\Downarrow$

D) VERA

Se $\theta \in \Theta_0^c$ (dove $H_1 : \theta \in \Theta_0^c$)

$1 - \text{Pot}(\theta)$ è la probabilità dell'errore di II specie.

$\Downarrow$

C) FALSA

B Supponiamo di eseguire un test d'ipotesi di livello α e di accettare $H_0 : \theta > 10$. Cosa accadrebbe sicuramente se eseguissi il test con gli stessi dati ma con $H_0 : \theta \leq 10$?

A) rifiuterei la nuova H_0;

B) nessuna delle altre risposte è corretta;

C) la probabilità di accettare la nuova H_0 varrebbe α;

D) accetterei la nuova H_0;

E) rifiuterei la nuova H_0 solo se la statistica fosse > 10.

Abbiamo già osservato che la scelta di quale ipotesi sia H_0 e quale H_1 non è arbitraria:

H_0 viene ritenuta valida *fino a prova contraria*
H_1 viene ritenuta valida *solo in caso di forte evidenza*.

Quindi se in un test accettate H_0, non è detto che scambiando i ruoli delle due ipotesi e ripetendo il test (con gli stessi dati), questo nuovo test concluda rifiutando la nuova H_0 (e dunque accettando la vecchia).

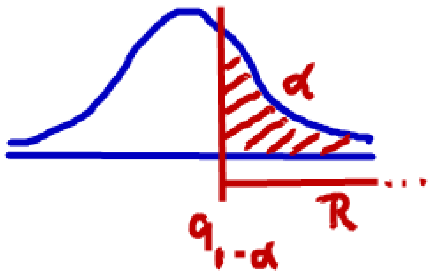
A Supponiamo di eseguire un test d'ipotesi di livello α per testare $H_0 : \theta < 1/2$ e di rifiutare H_0. Che cosa vale sempre per il p-value?

A) è minore o uguale a α;

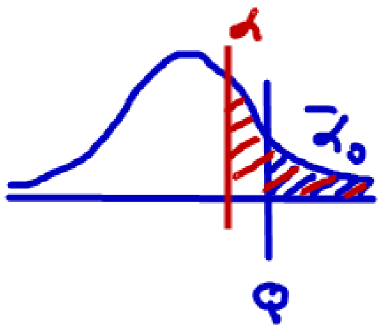
B) è maggiore di α;

C) è minore o uguale a $1/2$;

D) nessuna delle altre risposte è corretta.



SE Q CADE IN R
SI RIFIUTA



SE $\alpha > \bar{\alpha}_0$
SI RIFIUTA

DEFINIZIONE DI p-value

Dato un test d'ipotesi con regione critica $\mathcal{R}$, e date le osservazioni del campione $x_1, \dots, x_n$, il **p-value** è

$$\inf\{\alpha \in [0,1] : (x_1, \dots, x_n) \in \mathcal{R}\}.$$

In altre parole

è il più basso livello di significatività per cui i dati osservati portano a rifiutare H_0.
Notiamo che si tratta di un numero, che dipende dai dati osservati e dà un'indicazione di quanto forte sia l'evidenza che H_0 sia falsa.