Esercizio 1 (Cicchitelli Es. 7.3 – pag. 291)
Il direttore di un grande magazzino ha osservato i tempi di servizio ad una cassa. In $n = 58$ osservazioni ha rilevato un tempo medio $\bar{x}_n = 5.4$

Che cosa si può dire con un grado di fiducia $\alpha = 0.99$ circa l'errore massimo nella stima della vera media nell'ipotesi che i tempi di servizio seguano legge gaussiana con deviazione standard $\sigma = 2.6$?

GRADO DI FIDUCIA = LIVELLO DI CONFIDENZA

$n = 58$ $\quad \bar{x}_n = 5.4$ $\quad \sigma = 2.6$ $\quad$ LIV. DI CONF. $= 0.99$

$$\mu_{\pm} = \bar{x}_n \pm z_\beta \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \qquad \beta = 0.995$$

$$= 5.4 \pm z_{0.995} \frac{2.6}{\sqrt{58}} = \qquad z_{0.995} = 2,5758$$

$$= 5.4 \pm 2,5758 \frac{2.6}{\sqrt{58}} = 5,4 \pm 0,8794$$

$$(4,5206 \,;\, 6,2794)$$

Esercizio 2 (Cicchitelli Es. 7.3 – pag. 291 - modificato)
Il direttore di un grande magazzino ha osservato i tempi di servizio ad una cassa. In $n = 58$ osservazioni ha rilevato un tempo medio $\bar{x}_n = 5.4$ e una deviazione standard campionaria $s = 2.6$. Che cosa si può dire con un grado di fiducia $\alpha = 0.99$ circa l'errore massimo nella stima della vera media nell'ipotesi che i tempi di servizio seguano legge gaussiana?

GRADO DI FIDUCIA = LIVELLO DI CONFIDENZA

$n = 58 \qquad \bar{x}_n = 5,4 \qquad LDC = 0.99 \qquad s = 2.6$

$$\mu_\pm = \bar{x}_n \pm t_\beta(n-1)\frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$\beta = \frac{1+LDC}{2} = 0.995$$

$$t_{0.995}(57) = 2,66$$

$$= 5,4 \pm 2,66\,\frac{2,6}{\sqrt{58}}$$

$$= 5,4 \pm 0,9104$$

Esercizio 1

Da un sondaggio risulta che gli ingegneri fumatori sono pochi. Estratto da una popolazione di ingegneri un campione casuale di dimensione n=50, si ha che il 16% delle unità del campione è fumatore. Determinare un intervallo di confidenza al 90% per la frequenza p di ingegneri fumatori sull'intera popolazione.

$X \sim B(p)$ $\quad n = 50 \quad \bar{x}_n = 0.16 \quad LDC = 0{,}9$

$n\bar{x}_n \geq 5 \qquad 8{,}0 \geq 5$

$n(1-\bar{x}_n) = 50 - 8 = 42 \geq 5$

$$p_\pm = \bar{x}_n \pm z_\beta \sqrt{\frac{\bar{x}_n(1-\bar{x}_n)}{n}} \qquad \beta = 0{,}95 \qquad z_{0.95} = 1{,}6448$$

$$= 0.16 \pm 1{,}6448 \sqrt{\frac{0.16 \cdot 0.84}{50}} = 0{,}16 \pm 0{,}0853$$

Esercizio 2

Di un farmaco si vuole stimare il tasso p di guarigione. A quante unità statistiche tale farmaco deve essere somministrato per garantire che l'errore di stima di p non superi 0.05 ad un livello di confidenza del 95%?

$$P_{\pm} = \bar{X}_n \pm E \qquad \text{CON} \qquad E = z_{\frac{1+\alpha}{2}} \sqrt{\frac{\bar{X}_n(1-\bar{X}_n)}{n}}$$

$$\alpha = 0.95 \Rightarrow \frac{1+\alpha}{2} = 0.975$$

$$E < 0.05 \Rightarrow z_{0.975} \sqrt{\frac{\bar{X}_n(1-\bar{X}_n)}{n}} < 0{,}05$$

0.96	1.7506861	1.7624103	1.7743819	1.7866134	1.7991181	1.8119107	1.82
0.97	1.8807936	1.8956979	1.9110356	1.9268366	1.9431338	1.959964	.97
0.98	2.0537489	2.0748547	2.0969274	2.1200717	2.1444106	2.1700904	2.19
0.99	2.3263479	2.3656181	2.4089155	2.4572634	2.5121443	2.5758293	2.65
	0	0.001	0.002	0.003	0.004	0.005	

$$n \geq \left[\bar{X}_n(1-\bar{X}_n) \left(\frac{1{,}96}{0{,}05} \right)^2 \right]$$

POSSIAMO FARE DI MEGLIO? SI, OSSERVANDO CHE $y = x(1-x)$ È UNA PARABOLA A CONCAVITÀ BASSA CON MASSIMO IN $x = \frac{1}{2}$ E $y = \frac{1}{4}$. QUINDI

$$\frac{1}{4} \left(\frac{1{,}96}{0{,}05} \right)^2 \geq \bar{X}_n(1-\bar{X}_n) \left(\frac{1{,}96}{0{,}05} \right)^2$$

PERTANTO $n \geq \left[\frac{1}{4} \left(\frac{1{,}96}{0{,}05} \right)^2 \right] = 286$

GARANTISCE QUANTO RICHIESTO.