Sia X_1, X_2, X_3, X_4 un campione casuale di ampiezza 4, allora dalla definizione segue necessariamente che:

A) $X_1 \sim B(4, \frac{1}{4})$;

B) $X_i \sim B(\frac{1}{4})$ per ogni $i = 1, 2, 3, 4$;

C) X_1 e X_2 non sono indipendenti;

D) X_2 e X_3 hanno la stessa densità di probabilità.

Sia X_1, X_2, X_3, X_4 un campione casuale di ampiezza 4 con $X_i \sim B(8, p)$, $i = 1, 2, 3, 4$ dove p è un parametro incognito. Data la variabile aleatoria T_1 definita da:

$$T_1 = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 - 32p,$$

si ha che

A) $E[T_1] = 8p$;

B) T_1 è uno stimatore di p;

C) $T_2 = X_4\,(T_1 + 32p)$ è una statistica;

D) $T_2 = T_1 + 16p$ è una statistica.

Sia X_1, X_2, X_3 un campione casuale di ampiezza 3, con $X_i \sim \mathcal{B}(p)$, $i = 1, 2, 3$, dove p è un parametro incognito. Posto

$$T = X_1 + X_2 - p,$$

si ha che:

A) $\sqrt{T + p}$ è una statistica; B) T è uno stimatore di p;

C) $T \sim \mathcal{B}(2, p)$; D) $T \sim \mathcal{B}(3, p)$.

Uno stimatore non distorto di un parametro θ è:

A) una statistica la cui varianza tende a zero al crescere della numerosità del campione;

B) una statistica il cui valore atteso è pari a θ;

C) una statistica che è pari a θ almeno nel 50% dei casi;

D) una statistica per cui la probabilità di assumere valori maggiori di θ è uguale alla probabilità di assumere valori minori di θ.

Uno stimatore consistente di un parametro θ è:
A) una statistica il cui valore atteso è pari a θ;
B) una statistica la cui varianza tende a zero al crescere della numerosità del campione;
C) una statistica che è pari a θ almeno nel 50% dei casi;
D) una statistica per cui la probabilità di assumere valori maggiori di θ è uguale alla probabilità di assumere valori minori di θ.

Una famiglia di stimatori $\{T_n\}$ di $g(\theta)$ si dice **consistente in media quadratica** se e solo se

$$\lim_{n\to+\infty} \mathrm{EQM}_\theta(T_n) = 0, \qquad \forall\theta \in \Theta.$$

$$\mathrm{EQM}(T) \equiv \mathrm{EQM}_\theta(T) := \mathbb{E}_\theta(\|T - g(\theta)\|^2) = \mathrm{Var}_\theta(T) + \|\mathbb{E}_\theta(T) - g(\theta)\|^2.$$

Teorema 10.1.8. *Per una famiglia di stimatori $\{T_n\}$ di $g(\theta)$ le seguenti affermazioni sono equivalenti.*

(i) la famiglia è consistente in media quadratica;

(ii) la famiglia è semplicemente consistente e $\lim_{n\to+\infty} \mathrm{Var}_\theta(T_n) = 0$*;*

(iii) la famiglia è asintoticamente corretta e $\lim_{n\to+\infty} \mathrm{Var}_\theta(T_n) = 0$.

Sia X_1, X_2 un campione casuale di ampiezza 2 e legge comune Bernoulli di parametro p. Allora si ha che

A) $Var(X_2) \neq Var(X_1)$;
B) $X_1 + X_2 - p$ è uno stimatore non distorto di p;
C) $X_1 + X_2$ è uno stimatore non distorto di $2p$;
D) $X_1 + X_2$ è una Bernoulli di parametro $2p$.

Sia X, Y un campione casuale in cui ciascuna delle variabili è una Bernoulli di parametro p. Allora è necessariamente vero che:

A) $X + Y - p$ è uno stimatore non distorto di p;
B) X^2 è uno stimatore non distorto di p^2;
C) XY è uno stimatore non distorto di p^2;
D) XY è uno stimatore non distorto di $2p$.