

Limiti 2

1. Calcolare i seguenti limiti (forme di indecisione di tipo $\infty - \infty, \frac{\infty}{\infty}$):

- 1) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^4 + 1} - x^2$ (R. 0)
- 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 3x + 2} - x$ (R. $\frac{3}{2}$)
- 3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 3x + 2} - x$ (R. $+\infty$)
- 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x + 1}}{3x - 1}$ (R. $\frac{\sqrt{2}}{3}$)
- 5) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x + 1}}{3x - 1}$ (R. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$)
- 6) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{1}{x\sqrt{1 + \frac{1}{x^2}}}$ (R. -1, si pone $t = \frac{1}{x}$)
- 7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \log_2(2x^2 + x + 1) - \log_2(x^2 + 1)$ (R. 1)

3. Calcolare i seguenti limiti al variare del parametro reale λ :

- 1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^x) - x^\lambda$ (R. $+\infty$ se $\lambda < 1$, $-\infty$ se $\lambda > 1$, 0 se $\lambda = 1$)
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}|}{|x|^\lambda}$ (R. $+\infty$ se $\lambda > 1$, 0 se $\lambda < 1$, 1 se $\lambda = 1$)
- 3) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan x^2 + x \ln x}{x^\lambda}$ (R. $-\infty$ se $\lambda \geq 1$, 0 se $\lambda < 1$)

4. Stabilire se le seguenti funzioni ammettono asintoto obliquo per $x \rightarrow \pm\infty$:

- 1) $y = x^3 - 1 + x$ (R. no)
- 2) $y = x \ln |x|$ (R. no)
- 3) $x - 3\sqrt{x}$ (R. no)
- 4) $\frac{3x^2 + 1}{x}$ (R. sì, $y = 3x$)

5. Calcolare i seguenti limiti (gerarchia degli infiniti) :

- 1) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x$ (R. 0)
- 2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^x$ (R. 1)
- 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 + x} - 2x}{x + \ln x}$ (R. -1)
- 4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^3 + x}}{x \ln x}$ (R. $+\infty$)
- 5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{e^{\frac{1}{x}}}$ (R. 0)

- 6) $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x-1)e^{\frac{1}{x-1}}$ (R. $+\infty$)
- 7) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(\ln x)}{1 + \ln x}$ (R. 0, si pone $t = \ln x$)
- 8) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2^{x+\frac{1}{x}} + \ln|x|}{x^2 + 1}$ (R. $+\infty$)
- 9) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2^{x+\frac{1}{x}} + \ln|x|}{x^2 + 1}$ (R. 0)