

IN UN APPARTAMENTO
 ✓ UN RUBINETTO SGOCCIOLA SECONDO UN PROCESSO DI POISSON
 DI INTENSITA' PARI A 12 GOCCE AL GIORNO.
 LO SGOCCIOLAMENTO IN ORARIO NOTTURNO (00:00 - 08:00)
 SVEGLIA L'INQUILINO.

SAPENDO CHE IN UNA CERTA GIORNATA SONO CADUTE
 9 GOCCE:

Ⓐ SCRIVERE LA FUNZIONE DI PROBABILITA' CONDIZIONATA
 DELLO SGOCCIOLAMENTO NOTTURNO

Ⓑ QUAL E' LA PROBABILITA' CHE L'INQUILINO
 NON SIA STATO DISTURBATO (OVVERO CHE TUTTE E 9 LE
 GOCCE SIANO CADUTE IN ORARIO DIURNO?)

$$\text{SIANO: } \left\{ \begin{array}{llll} X_D & \text{GOCCE IN ORARIO DIURNO} & X_D \sim P(\lambda_D) & \lambda_D = 8 \\ X_N & \text{GOCCE IN ORARIO NOTTURNO} & X_N \sim P(\lambda_N) & \lambda_N = 4 \\ X = X_D + X_N & & X \sim P(\lambda) & \lambda = 12 \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \text{Ⓐ) } P[X_N = k \mid X = 9] &= \frac{P[X_N = k \cap X = 9]}{P[X = 9]} \stackrel{(*)}{=} \frac{P[X_N = k \cap X_D = 9 - k]}{P[X = 9]} = \\ &= \frac{P[X_N = k] P[X_D = 9 - k]}{P[X = 9]} = \frac{e^{-\lambda_N} \frac{\lambda_N^k}{k!} e^{-\lambda_D} \frac{\lambda_D^{9-k}}{(9-k)!}}{e^{-\lambda_N - \lambda_D} \frac{(\lambda_N + \lambda_D)^9}{9!}} = \\ &= \frac{9!}{k! (9-k)!} \frac{\lambda_N^k \lambda_D^{9-k}}{(\lambda_N + \lambda_D)^9} = \binom{9}{k} \left(\frac{\lambda_N}{\lambda_N + \lambda_D} \right)^k \left(\frac{\lambda_D}{\lambda_N + \lambda_D} \right)^{9-k} = \\ &= \binom{9}{k} p^k (1-p)^{9-k} \Rightarrow B(n; p) \text{ con } n = 9 \text{ e } p = \frac{\lambda_N}{\lambda_N + \lambda_D} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

b) $k=0 \Rightarrow$

$$P[X_N=0 | X=9] = \binom{9}{0} p^0 (1-p)^9 = \left(\frac{2}{3}\right)^9 \approx 0,026$$

(*) OSS.: X, X_N, X_D NON SONO INDIPENDENTI

INFATTI $X = X_N + X_D$

COSÌ COME NON SONO INDIPENDENTI

NE' X_N, X NE' X_D, X (SI DIMOSTRA!)

$$0 = P[X_N=4 \cap X=0] = P[X_N=4] \cdot P[X=0] \neq 0$$

MA X_N, X_D SONO INDIPENDENTI. PERCHE'?

PERCHE' X_N, X_D SONO POISSONIANE SU
INTERVALLI DISGIUNTI.