densità di X o funzione di probabilità

discreta	**assolutamente continua**
$x_i \longrightarrow p_X(x_i) = \mathbb{P}(X = x_i)$	$A \mapsto \mathbb{P}(X \in A) =: \mathbb{P}_X(A)$
$\mathbb{P}_X(A) := \mathbb{P}(X \in A) = \sum_{x_i \in A} p_X(x_i)$	$\mathbb{P}_X(A) = \int_A f_X(t)dt$

funzione di ripartizione

$F_X(x) = \sum_{i:x_i \leq x} p_X(x_i)$	$F_X(t) = \mathbb{P}(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)dx.$

valore atteso, o media, o speranza matematica

$$\mathbb{E}(aX + b) = a\mathbb{E}(X) + b$$

$$\mathbb{E}(X_1 + \cdots + X_n) = \mathbb{E}(X_1) + \cdots + \mathbb{E}(X_n)$$

$\mathbb{E}(X) = \sum_{i=1}^{n} x_i p_X(x_i).$	$\mathbb{E}(X) = \int_{\mathbb{R}} t f_X(t)dt$

Valore atteso di una funzione di v.a.:

$\mathbb{E}(f(X)) = \sum_k f(x_k) p_X(x_k).$	$\mathbb{E}(g(X)) = \int_{\mathbb{R}} g(t) f_X(t)dt.$

varianza

$\mathrm{Var}(X) = E[(X-\mu)^2]$ $\quad$ $\mathrm{Var}(X) = E[X^2] - (E[X])^2$ $\quad$ $\mathrm{Var}(aX + b) = a^2\mathrm{Var}(X)$

$\sum_{i \in J} x_i^2 p_X(x_i) - \mathbb{E}(X)^2$	$\int_{\mathbb{R}} t^2 f_X(t)dt - \mathbb{E}(X)^2$

deviazione standard

$$\sigma_X = \sqrt{\mathrm{Var}(X)}$$

standardizzata

$$Z = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X}$$

$$\mathbb{E}\left(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}\right) = 0$$

$$\mathrm{Var}\left(\frac{X - \mu_X}{\sigma_X}\right) = 1$$

Formule v.a. generiche

SOLO CASO DISCRETO

densità congiunta:

$$\mathbb{P}\left[X = x_i, Y = y_j\right] = p_{X,Y}\left(x_i, y_j\right) \text{ dove } i = 1,\dots,n \text{ e } j = 1,\dots,m$$

densità marginale:

$$\mathbb{P}\left[X = x_i\right] = \sum_{j=1}^{m} p_{X,Y}\left(x_i, y_j\right)$$

Valore atteso di una funzione di più v.a.:

$$\mathbb{E}(f(X_1,\dots,X_n)) = \sum_{u_1,\dots,u_n} p_{X_1,\dots,X_n}(u_1,\dots,u_n) f(u_1,\dots,u_n)$$

$$\mathbb{E}\left[XY\right] = \sum_{i,j} p_{X,Y}\left(x_i, y_j\right) x_i y_j$$

covarianza

$$\operatorname{cov}(X,Y) = \mathbb{E}\left((X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))\right)$$

1. $\operatorname{cov}(X,Y) = \operatorname{cov}(Y,X)$
2. $\operatorname{cov}(X,Y) = \mathbb{E}(XY) - \mathbb{E}(X)\mathbb{E}(Y)$
3. $\operatorname{cov}(X,X) = \operatorname{Var}(X)$
4. $\operatorname{cov}(aX + b, cY + d) = a \cdot c \cdot \operatorname{cov}(X,Y)$
5. $\operatorname{Var}(X + Y) = \operatorname{Var}(X) + \operatorname{Var}(Y) + 2\operatorname{cov}(X,Y)$

Teorema Centrale del Limite

media campionaria

$$\overline{X}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$$

media campionaria standardizzata

$$H_n^* = \frac{\overline{X}_n - \mathbb{E}(\overline{X}_n)}{\sqrt{\mathrm{Var}(\overline{X}_n)}} = \frac{\overline{X}_n - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}$$

$$H_n^* \overset{n\to+\infty}{\longrightarrow} Y \sim \mathcal{N}(0,1) \qquad n \geq 30$$

$$\overline{X}_n \approx Y \sim \mathcal{N}\left(\mu, \frac{\sigma^2}{n}\right) \qquad H_n = X_1 + \cdots + X_n \approx Z \sim \mathcal{N}(n\mu, n\sigma^2).$$

$$\mathbb{P}(\overline{X}_n \leq t) \approx \Phi\left(\frac{\sqrt{n}(t-\mu)}{\sigma}\right) \qquad \mathbb{P}(H_n \leq t) \approx \Phi\left(\frac{t-n\mu}{\sqrt{n}\sigma}\right)$$

Correzione di continuità $\mathbb{P}(X \leq k) = \mathbb{P}(X < k + 0.5) \simeq \Phi\left(\frac{\sqrt{n}(k+0.5-\mu)}{\sigma}\right)$