Esercizio 4

Un ingegnere è sottoposto ad un colloquio per un posto di analista in una grande agenzia di viaggi. Durante il colloquio l'esaminatore chiede all'ingegnere di essere relazionato in merito agli esiti di una indagine di mercato svolta tra i clienti dell'agenzia.

L'indagine classifica i clienti in base a combinazioni dei seguenti eventi elementari:

A={il cliente gradisce il mare}
B={il cliente gradisce i monti}
C={il cliente gradisce viaggiare}

L'ingegnere elabora la tabella qui a fianco ma, subito dopo la lettura, l'esaminatore decide di non assumere l'ingegnere. Perché?

Preferenza	**Evento**	$P(\cdot)$
mare, monti, viaggi	$A \cap B \cap C$	0.01
mari e monti	$A \cap B$	0.12
mare e viaggi	$A \cap C$	0.04
monti e viaggi	$B \cap C$	0.03
mare	A	0.53
monti	B	0.38
viaggi	C	0.55

APPROCCIO FREQUENTISTA: COME VALORI DI PROBABILITÀ VENGONO UTILIZZATE LE FREQUENZE RELATIVE EMERSE NEL SONDAGGIO.

Esercizio 6 *Siano A, B e C insiemi a due a due disgiunti con*

$$P(X \in A) = 0.2$$
$$P(X \in B) = 0.3$$
$$P(X \in C) = 0.5$$

Determinare:

a) $P(X \in A^c)$

b) $P(X \in B^c)$

c) $P(X \in C^c)$

d) $P(X \in A \cup B)$

e) $P(X \in A \cup C)$

Esercizio 5 *Per misurare accuratamente dei pesi viene usata una scala digitale. Sia X la variabile aleatoria che indica la misurazione fatta usando questa scala e si considerino i seguenti intervalli di valori di misurazione:*

A : *peso supera i 20 grammi*
B : *peso è inferiore o uguale a 15 grammi*
C : *peso è compreso tra 15 e 24 grammi (estremi esclusi).*

Si conoscono le seguenti probabilità:

$P(X \in A) = 0.5$
$P(X \in B) = 0.3$
$P(X \in C) = 0.6$

a) A e B sono mutuamente disgiunti? B e C? A e C?

b) Descrivere A^c e determinarne la probabilità.

c) Descrivere C^c e determinarne la probabilità.

d) Determinare $P(15 < X \leq 20)$.

Esercizio 5:

Due eventi indipendenti A e B sono tali che $P[A \cup B]=0.75$ e $P[A]=P[B]$. Quanto vale $P[A]$? Quanto vale $P[A \cap B]$?

Esercizio 4
Assegnate le probabilità $P(A) = 0.5$ e $P(A \cup B) = 0.6$ determinare $P(B)$ nelle seguenti ipotesi alternative:

(a) A e B sono incompatibili

(b) A e B sono indipendenti

(c) $P(A \mid B) = 0.4$.

Esercizio 7 *Sia X la durata (in ore) di un laser semiconduttore con le seguenti probabilità:*

$P(X \leq 5000) = 0.05$
$P(5000 < X \leq 7000) = 0.5$
$P(X > 7000) = 0.45$

a) *Determinare* $P(X \leq 7000)$

b) *Determinare* $P(X > 5000)$

c) *Supponiamo ora che ci siano tre laser indipendenti tutti soddisfacenti le ipotesi precedenti. Calcolare:*

   1) *la probabilità che tutti e tre i laser funzionino per più di 7000 ore;*
   2) *la probabilità che tutti e tre i laser funzionino per più di 5000 ore;*
   3) *nessuno dei tre laser funzioni per più di 7000 ore.*

Esercizio 2.3. *Viene estratto un numero da 1 a 15. Se sappiamo che il numero estratto é divisibile per 3, qual e' la probabilità che sia pari? E che sia dispari? Gli eventi "pari" e "divisibile per 3" sono indipendenti?*

S	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
B = {2k}		2		4		6		8		10		12		14	
A = {3k}			3			6			9			12			15
AB						6						12			

Esercizio 1
Un'inchiesta sulla popolazione di una certa città ha fornito i seguenti dati: il 10% della popolazione è ricco, il 5% è famoso e il 3% è ricco e famoso. Per una persona scelta a caso da suddetta popolazione,

(a) qual è la probabilità che la persona non sia ricca?

(b) Qual è la probabilità che sia ricca ma non famosa?

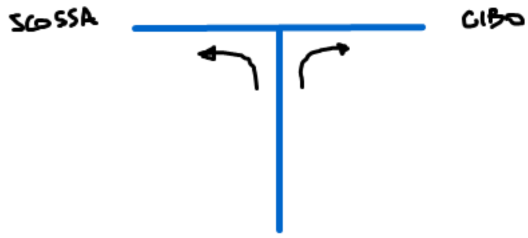
(c) Qual è la probabilità che sia ricca o famosa?

(d) Se la persona è famosa, qual è la probabilità che essa sia anche ricca?

(e) Se la persona è famosa, qual è la probabilità che essa non sia ricca?

Esercizio 3.2. *In un labirinto a T, ad un animale da laboratorio si dà la possibilità di andare a destra e ricevere cibo o a sinistra e ricevere una piccola scossa. Al primo tentativo si assume che la probabilità di andare a destra o sinistra sia uguale. Dopo aver ricevuto il cibo le probabilità diventano 0,4 di andare a sinistra e 0,6 di andare a destra. Dopo aver ricevuto la scossa diventano invece 0,2 e 0,8 rispettivamente.*

(1) *Qual é la probabilità che vada a destra al secondo tentativo?*
(2) *e al numero 3?*



Un'urna contiene 20 palline, 5 rosse, 5 bianche, 5 blu e 5 verdi. Estraiamo (con reimmissione) 3 palline. Determinare:

a. la probabilità di estrarre 3 rosse;

b. la probabilità di estrarre 3 palline dello stesso colore;

c. la probabilità di estrarre 3 palline di 3 colori diversi.

Ho un'urna con n palline numerate da 1 a n. Estraggo una pallina, mi annoto il numero e la rimetto nell'urna. Ripeto k volte. Qual è la probabilità che venga estratto (almeno) due volte lo stesso numero?

1. Rispondere nel caso $k > n$.
2. Rispondere nel caso $k \leq n$ (suggerimento: è più facile calcolare la probabilità del complementare).

Esercizio 6:

Si effettuano 3 tiri successivi ed indipendenti ad un bersaglio. Le probabilità di colpire il bersaglio al primo, al secondo e al terzo colpo sono rispettivamente pari a 0.6 0.7 e 0.8. Calcolare la probabilità di colpire il bersaglio una sola volta.

Esercizio 2.1. *Siano A e B due eventi incompatibili tali che $P(A) = 0,25$ e $P(A \cup B) = 0,75$. Quanto vale $P(B)$? e se invece A e B sono indipendenti?*

Teorema di Bayes (Michael Mitzenmacher, Probabability and computing. Pag. 10)

Siano date tre monete due delle quali bilanciate ed una truccata in modo che esca testa con probabilità 2/3. Quale sia la moneta truccata non è noto.
Mischiamo a caso le tre monete e le lanciamo con esito Testa
per le prime due monete e Croce per la terza.

Qual è la probabilità che ad essere truccata sia la prima moneta?

Abbiamo due urne, l’urna **A** e l’urna **B**. L’urna **A** contiene tre palline nere e due palline bianche; l’urna **B** contiene due palline nere e tre palline bianche. Procediamo ad una estrazione nel seguente modo: lanciamo un dado e se esce 1 oppure 2 peschiamo dall’urna **A**, se esce un altro numero peschiamo dall’urna **B**.

Qual è la probabilità di pescare una pallina nera?

Esercizio 1:

Si supponga di estrarre, senza reinserirle nel mazzo, 3 carte da un mazzo da 52. Si calcoli la probabilità di ottenere

a) 3 figure
b) una figura alla seconda estrazione.

Esercizio 3: A scommette con B che estrarrà 4 carte di 4 semi diversi da un mazzo di 40 carte (che ne contiene 10 per seme). Qual è la probabilità che A vinca?
(Huygens, 1657)

Esercizio 8 *In un gioco televisivo viene messo in palio un 1 milione di euro. Per vincerlo il concorrente dovrà indovinare fra tre buste qual è quella che contiene l'assegno. Il concorrente sceglie a caso una busta; a questo punto il conduttore mostra una delle due buste che sa essere vuota, offrendo al concorrente di cambiare la propria busta con quella rimanente.*
Qual è la probabilità di vincere il premio conservando la prima busta scelta?
Qual è la probabilità di vincere cambiando la busta?
Qual è la probabilità di vincere se gioca a testa e croce fra le due strategie?

Esercizio 2

Lo 0.1% della popolazione di una città ha la tubercolosi (TBC). Si costruisce un test con le seguenti caratteristiche: se una persona ha la TBC il test fornisce esito positivo con probabilità 0.999, se invece è sana, comunque il test risulta (erroneamente) positivo con probabilità 0.002. Se un cittadino risulta positivo al test, quale è la probabilità che sia realmente affetto da TBC?

Esercizio 7

Una compagnia assicurativa è convinta che le persone sia divise tra predisposte a subire incidenti e non predisposte.

Le loro statistiche mostrano che una persona predisposta subirà un incidente nel corso di un anno con probabilità 0.4

mentre per una persona non predisposta tale probabilità scende a 0.2

Assumendo che il 30% della popolazione sia predisposta agli incidenti, quale è la probabilità:

a) che un nuovo assicurato subisca un incidente durante l'anno di validità della polizza?

b) che un nuovo assicurato sia predisposto se durante l'anno di validità della polizza subisce un incidente?

Esercizio 8: (# 1.22 pag. 47 – Cicchitelli II ed.)
Il virus Ebola è presente in una certa popolazione nella proporzione dello 0.5 per mille. Per evitare la diffusione dell'epidemia all'estero, chiunque intenda lasciare il paese deve sottoporsi ad un test che ha una affidabilità del 95% in presenza della malattia e dell'85% in sua assenza. Si determini:
a) la probabilità che il test indichi la presenza della malattia
b) la probabilità che l'individuo sia malato se il test indica che lo è