Sia Ω uno spazio campionario su cui è definita una probabilità P e sia A un evento. Allora è necessariamente vero che:

A) $P(\Omega) = P(A)$; B) Ω e A sono indipendenti;
C) Ω e A sono incompatibili; D) Ω implica A.

$\mathbb{P}[A \cap \Omega] = \mathbb{P}[A] = 1 \cdot \mathbb{P}[A] = \mathbb{P}[\Omega]\,\mathbb{P}[A]$

$\Rightarrow$ B) VERA

Sia Ω uno spazio campionario e sia A un evento. Allora è sempre vero che $P(A|\Omega)$ vale:

A) $P(A|A)$; B) 0; C) $P(A)$; D) 1.

C)

$P[A|\Omega] = \frac{P[A \cap \Omega]}{P[\Omega]} = P[A]$

Sia Ω uno spazio campionario e sia A un evento, con $\mathbb{P}[A] > 0$. Allora è sempre vero che $P(\Omega|A)$ vale:

A) 1; B) 0; C) $P(A|\Omega)$; D) $P(A)$.

A)

$P[\Omega|A] = \frac{P[\Omega \cap A]}{P[A]} = 1$

Se A e B sono due eventi di uno spazio di probabilità, allora

A) $\mathbb{P}\left(\overline{A} \cup (\overline{B} \cap A)\right) = 1 - \mathbb{P}(A \cap \overline{B})$

B) $\mathbb{P}\left(\overline{A} \cup (\overline{B} \cap A)\right) = \mathbb{P}(A \cup B)$

~~C)~~ $\mathbb{P}\left(\overline{A} \cup (\overline{B} \cap A)\right) = 1 - \mathbb{P}(A \cap B)$

D) $\mathbb{P}\left(\overline{A} \cup (\overline{B} \cap A)\right) = \mathbb{P}(A \cap B)$

USO DE MORGAN CHE CONSISTE NEL COMPLEMENTARE OGNI EVENTO INCLUSO L'INTERA ESPRESSIONE E INVERTIRE LE OPERAZIONI:

$\bar{A} \cup (\bar{B} \cap A) =$ USO DE MORGAN $= \overline{A \cap (B \cup \bar{A})} =$ DISTRIBUTIVA $=$

$= \overline{(A \cap B) \cup (A \cap \bar{A})} = \overline{A \cap B}$ (POICHÈ $A \cap \bar{A} = \emptyset$)

QUINDI $\mathbb{P}[\bar{A} \cup (\bar{B} \cap A)] = 1 - \mathbb{P}[A \cap B] \Rightarrow$ C

Se A e B sono due eventi disgiunti, allora si ha necessariamente che

A) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$; B) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$;
C) $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$; D) $P(A \cup B) = 1$.

$\Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow$ A VERA

Se A e B sono due eventi disgiunti, allora si ha necessariamente che

A) $P(A \cap B) = P(A) + P(B)$; B) $P(A \cap B) = P(A)P(B)$;
C) $P(A \cap B) = 0$; D) $P(A \cup B) = 1$.

$\Rightarrow A \cap B = \emptyset \Rightarrow$ C VERA

Se A e B sono due eventi tali che $A \cap B = \emptyset$, allora necessariamente:

A) A e B sono indipendenti; B) A e B sono eventi impossibili;
C) $A \cup B = \Omega$; D) A e B non si possono verificare contemporaneamente.

$A \cap B = \emptyset$
$\Updownarrow$
DISGIUNTI $\Rightarrow$ D VERA
$\Updownarrow$
INCOMPATIBILI

Sia Ω uno spazio campionario e siano A e B due eventi entrambi diversi da $\emptyset$ e Ω. Se $A \cap B = \emptyset$ significa che

A) A e B non sono né incompatibili né indipendenti;
B) A e B sono incompatibili e indipendenti;
C) A e B sono indipendenti ma non incompatibili;
D) A e B sono incompatibili ma non indipendenti.

$P(A \cap B) = P(\emptyset) = 0$ MA
$P(A) \cdot P(B) \neq 0 \Rightarrow A, B$ NON INDIP.
$\Rightarrow$ D VERA

Sia $A = \emptyset$, allora
A) A è anche una variabile aleatoria;
B) A è l'evento certo;
C) A è indipendente da qualsiasi altro evento;
D) A non può essere indipendente da alcun altro evento.

$\forall B$ CON $P[B] = p > 0$

$0 = P[A \cap B] = P[A]P[B] = 0 \cdot p = 0$

$\Rightarrow$ A, B INDIP. $\Rightarrow$ C VERA

Sia A un evento. Allora è sempre vero che $P(\emptyset|A)$ è:

PER CUI $P[A] > 0$

A) non definita; B) $P(A)$; C) 1; D) 0.

$$P[\emptyset | A] = \frac{P[\emptyset \cap A]}{P[A]} = \frac{P[\emptyset]}{P[A]} = 0$$

D

Sia A un evento. Allora è sempre vero che $P(A|\emptyset)$ è:

A) non definita; B) $P(A)$; C) 1; D) 0.

$$P[A|\emptyset] = \frac{P[\emptyset \cap A]}{P[\emptyset]} = \text{N.D.}$$ PERCHÉ $P[\emptyset] = 0$

A

Se A e B sono due eventi indipendenti, allora si ha necessariamente che

VERA SOLO SE $A \cup B = \Omega$ → NO A) $P(A \cup B) = 1$; NO B) $P(A \cap B) = 0$; ← VERA SOLO SE $P[A]=0$ OPPURE $P[B]=0$

VERA SOLO SE $A \cap B = \emptyset$ → C) $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$; NO ~~D)~~ $P(A \cap B) = P(A)P(B)$. ← VERA! È LA DEFINIZIONE DI INDIPENDENZA.

Siano A e B eventi indipendenti tali che $\mathbb{P}(B) > 0$. Allora vale

A) $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$ C) $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(B)$

B) $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)$ D) $\mathbb{P}(A|B) = \mathbb{P}(A)/\mathbb{P}(B)$

B È LA DEF. DI INDIPENDENZA!

OSSERVAZIONE IMPORTANTE SULL' INDIPENDENZA:

DATI n EVENTI INDIPENDENTI, OGNUNO DI PROBABILITÀ NOTA, TUTTI SANNO CHE È POSSIBILE CALCOLARE LA PROBABILITÀ DELL'INTERSEZIONE SFRUTTANDO LA DEFINIZIONE:

$$P[A \cap B \cap C] = P[A] \cdot P[B] \cdot P[C]$$

NON TUTTI SANNO CHE IL GIOCHETTO È POSSIBILE ANCHE CON L'UNIONE (A PATTO DI APPLICARE PRIMA DE MORGAN):

$$P[A \cup B \cup C] = P[\overline{\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}}] = 1 - P[\bar{A} \cap \bar{B} \cap \bar{C}] = 1 - P[\bar{A}]P[\bar{B}]P[\bar{C}]$$

Se A e B sono due eventi, allora $P(A|B)$ (se ha senso scrivere questa espressione) è:

A) un evento; B) una probabilità di frazione di eventi;
C) un numero reale $\in [0, 1]$; D) un numero reale $\in (0, 1]$.

Cosa è necessario avere per poter definire $P(A|B)$?

A) due eventi A e B qualsiasi; B) due eventi A e B non disgiunti;
C) due eventi A e B con $P(A) > 0$; D) due eventi A e B con $P(B) > 0$.

Supponiamo che $P(A|A)$ sia definito. Allora vale:

A) 1; B) 0; C) $1 - P(A)$; D) $P(A)$.

Se A, B, C sono tre eventi tali che $P(A \cap B) = P(A)P(B)$ e $P(B \cap C) = P(B)P(C)$, allora è necessariamente vero che

A) A, B, C sono indipendenti; B) A e B sono indipendenti;
C) A, B, C sono disgiunti; D) A^c, B^c, C^c sono disgiunti.

Sia $P(A) = 0.5$ e $P(A \cup B) = 0.6$. Inoltre A e B siano eventi incompatibili. Quanto vale $P(B)$?

A) 5/6; B) 0.1; C) 0.6; D) 0.5.

$$P[A \cup B] = P[A] + P[B] - P[A \cap B]$$

$$0{,}6 = 0{,}5 + x \qquad x = \mathbb{P}[B] = 0{,}1$$

Sia $P(A) = 0.5$ e $P(A \cup B) = 0.6$. Inoltre A e B siano eventi indipendenti. Quanto vale $P(B)$?

A) 0.1; B) 0.5; C) 0.6; D) 0.2.

Sia $P(A) = 0.25$ e $P(A \cup B) = 0.75$. Inoltre A e B siano eventi indipendenti. Quanto vale $P(A \cap B)$?

A) 1/6; B) 0.1; C) 0; D) 0.5.