

Estremi superiore e inferiore

1. Sia $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{1-x} < x\}$, calcolare $\sup A$ e $\inf A$. (R. $\sup A = \max A = 1, \inf A = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$)
2. Siano $A = \{x \in \mathbb{R} : |x-1| < 2\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 \in A\}$, calcolare $\sup B$ e $\inf B$. (R. $\sup B = \sqrt{3}, \inf B = -\sqrt{3}$)
3. Dopo aver individuato gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 7x + 10 < 0\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x^2 + 2x - 3 \geq 0\}$, calcolare $\sup(A \cup B)$ e $\inf(A \cap B)$. (R. $A = (-5, -2), B = (\infty, -3] \cup [1, +\infty), \sup(A \cup B) = +\infty, \inf(A \cap B) = -5$)
4. Dopo aver individuato gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : \sqrt{x|x-1|} \leq x\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : |x-3| > 1\}$, calcolare $\sup B$ e $\inf(A \setminus B)$. (R. $A = [\frac{1}{2}, +\infty), B = (-\infty, 2) \cup (4, +\infty), \sup B = +\infty, \inf(A \setminus B) = 2$)
- 5 ~~4~~. Dopo aver individuato gli insiemi $A = \{x \in \mathbb{R} : x|x-2| \leq 3\}$ e $B = \{x \in \mathbb{R} : x|x| > \frac{1}{9}\}$, calcolare $\sup A$ e $\inf(A \cap B)$. (R. $A = (-\infty, 3], B = (\frac{1}{3}, +\infty), \sup A = 3, \inf(A \cap B) = \frac{1}{3}$)
- 6 ~~5~~. Calcolare gli estremi superiore e inferiore di $A = \{xy \in \mathbb{R} : x \in \mathbb{R}, y \in \mathbb{R}, x > 0, y > 0, x + y = 10\}$. (R. $\sup A = \max A = 25, \inf A = 0$)
- ~~7~~ ~~6~~. Determinare gli estremi superiore e inferiore, il massimo e il minimo dei seguenti insiemi(*):
 - 1) $A = \{2 - 2^{-n} : n \in \mathbb{N}\}$ (R. $\min A = 1, \sup A = 2$)
 - 2) $A = \{\frac{n+1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$ (R. $\inf A = 1, \max A = 2$ N. B. $\frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n}$)
 - 3) $A = \{\frac{n}{n+1} : n \in \mathbb{N}\}$ (R. $\min A = 0, \sup A = 1$ N. B. $\frac{n}{n+1} = 1 - \frac{1}{n+1}$)
 - 4) $A = \{\cos(n\pi) - \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$ (R. $\min A = -2, \sup A = 1$)
 - 5) $A = \{1 + (-1)^n \frac{n-1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$ (R. $\inf A = 0, \sup A = 2$)
 - 6) $A = \{(-1)^n(1 - \frac{1}{n}) : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$ (R. $\inf A = -1, \sup A = 1$)

- 7) $A = \{2 + \sin \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$ (R. $\inf A = 2, \sup A = 2 + \sin 1$ N. B. $\sin \frac{1}{n} \geq 0 \forall n \geq 1$)
- 8) $A = \{(-1)^n \cos \frac{1}{n} : n \in \mathbb{N}, n \geq 1\}$ (R. $\inf A = -1, \sup A = 1$)
- 9) $A = \{2^n - 2^{-n} : n \in \mathbb{N}\}$ (R. $\min A = 0, \sup A = +\infty$)
- (*) Si assumo che \mathbb{N} comprenda lo zero